

200 g di ghiaccio a 0 °C
 500 g d'acqua a 20 °C

$$L_f = 3.34 \times 10^5 \text{ J/kg}$$

Es.1

$$Q = 3.34 \times 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \times 0.2 \text{ kg} = 66800 \text{ J}$$

$$c_{H_2O} = 4186 \text{ J/kgK}$$

$$Q_{H_2O} = 0.5 \text{ kg} \times 4186 \text{ J/kgK} \cdot \Delta T = 41860 \text{ J}$$

$$\frac{0.2 \times 41860}{66800} = 0.125 \text{ kg} \quad \underline{\underline{0.075 \text{ kg}}}$$

1000 kg d'acqua a 20 °C

$$\Rightarrow \text{temp} \text{ kg} \cdot 4186 \cdot (20 - x) = \frac{66800}{4.04 \text{ °C}}$$

$$\underline{\underline{4.04 \text{ °C}}}$$

4.04 °C temperatura del kg acqua che ha fuso tutto il ghiaccio in partenza.
 1 kg di H₂O a 4.04 °C + 200 g (ex ghiaccio ora acqua) a 0 °C

$$T_{ep} = \frac{m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot T_{H_2O}^1 + m_{Exp} \cdot c_{H_2O} \cdot T_0}{m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} + m_{Exp} \cdot c_{H_2O}}$$

$$T_{H_2O}^1 = 4.04 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\approx \frac{m_{H_2O} \cdot T_{H_2O}^1 + m_{Exp} \cdot T_0}{m_{H_2O} + m_{Exp}}$$

$$\approx \frac{1 \cdot 4.04 + 0.2 \times \phi}{1 + 0.2} = \underline{\underline{3.37 \text{ } ^\circ\text{C}}}$$

$$= \frac{1 \cdot (273.15 + 4.04) + 0.2(273.15)}{1 + 0.2} =$$

$$\approx \frac{1 \cdot 4.04 + 273.15(1 + 0.2)}{1 + 0.2}$$

$$\approx \frac{1 \cdot 4.04}{1 + 0.2} + \frac{273.15(1 + 0.2)}{1 + 0.2} = 3.37 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Es. 1. 4/20/2

$$\Delta U = 0$$

$$Q_{TOT} = L_{TOT}$$

$$\Delta U = Q - L \Rightarrow$$

$$Q_{AB} = L_{AB} = \int_C^B p dV = nRT_1 \int_C^B \frac{dV}{V}$$

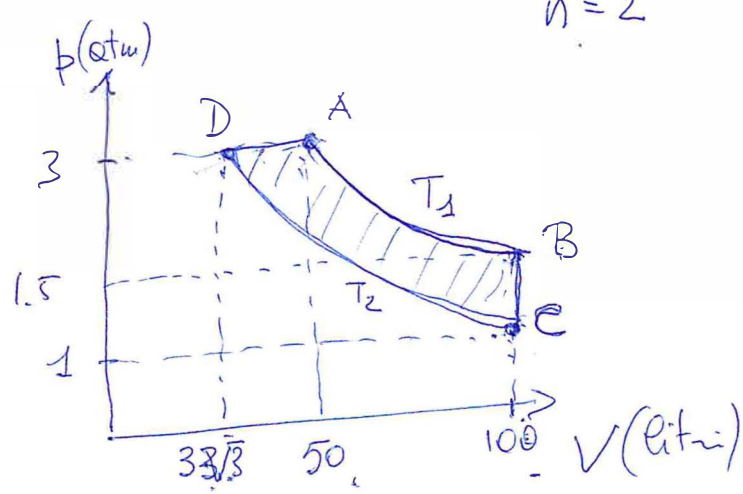
\downarrow \downarrow
 $nRT_1 \cdot \ln \frac{V_B}{V_C}$

$$L_{BC} = \phi$$

$$L_{CD} = nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_C}$$

$$L_{DA} = p_A (V_A - V_D)$$

$$L_{TOT} = L_{AB} + L_{CD} + L_{DA}$$



Es. 2

$$L = \int p dV$$

$$T_1 = \frac{p_A V_A}{nR}$$

$$T_2 = \frac{p_C V_C}{nR} = \frac{1/3 p_A \cdot 2V_A}{nR} = \frac{2}{3} T_1$$

$$3 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.05 \text{ m}^3$$

$$n = 2$$

$$8.314$$

$$p_A V_A = nRT_1$$

$$p_C V_C = nRT_2$$

$$= nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_D} + nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_C} + \frac{1}{2} (V_A - V_D)$$

$$= nRT_1 \ln 2 + nR \frac{2}{3} T_1 \ln \frac{1}{3} + nR (T_1 - \frac{2}{3} T_1)$$

$$= nRT_1 \left(\ln 2 + \frac{2}{3} \ln \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = 0$$

4968 J

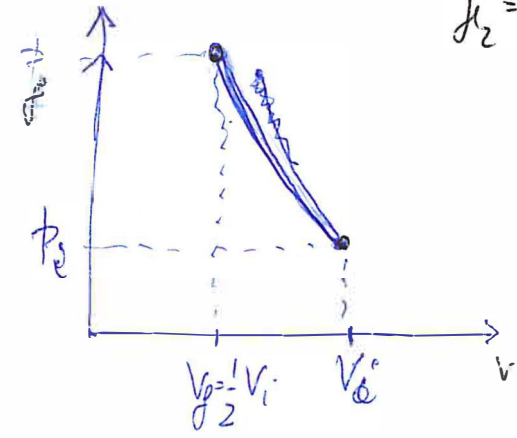
5

$n_1 = 2$ mols de azoto
 $n_2 = 1$ mol de oxigeno

$\gamma_1 = 1.3$
 $\gamma_2 = 1.4$

$p_1 = p_{tot} = 2 \text{ atm}$
 $T = 300 \text{ K}$

Ex # 5
 Es. 3



$L = ? < 0$

$$p_f V_i = n_1 R T_i \Rightarrow p_f = \frac{n_1 R T_i}{V_i}$$

$$p_2 V_i = n_2 R T_i \Rightarrow p_2 = \frac{n_2 R T_i}{V_i}$$

$$p_1 = p_2 \quad p_1 + p_2 = 2$$

$$p_1 = p_2 = 1 \text{ atm}$$

$$L_{AD} = \frac{1}{1-\gamma} (p_f V_f - p_i V_i)$$

$$= \frac{R}{1-\gamma} (T_f - T_i)$$

$$pV = nRT$$

$$L_1 = \frac{1}{1-\gamma_1} \left(p_f \frac{1}{2} V_i - p_i V_i \right)$$

$$= \frac{1}{1-\gamma_1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma_1} p_i V_i - p_i V_i \right]$$

$$= \frac{1}{1-\gamma_1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma_1} - 1 \right] p_i V_i = \frac{R \cdot 300}{1-\gamma_1}$$

$$pV^\gamma = \text{const} \quad \text{Epi. de Poisson}$$

~~$$p_f = p_i$$~~

$$p_f V_f^{\gamma_1} = p_i V_i^{\gamma_1}$$

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma_1} = 1.013 \times 10^5 \cdot 2^{\gamma_1}$$

$$= 3.22 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_{f2} = 1.013 \times 10^5 \times 2^{\gamma_2} = 2.67 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$L_1 = \frac{R \cdot 300}{1 - \frac{5}{3}} \left[1.5^{\frac{2}{3}} - 1 \right] = \frac{8.31 \times 300}{-0.667} \cdot 0.5^{\frac{2}{3}} = -2205 \text{ J}$$

$$L_2 = \frac{R \cdot 300}{1 - \frac{7}{5}} \left[1.32 - 1 \right] = \frac{8.31 \times 300}{-0.4} \cdot 0.32 = -1994 \text{ J}$$

$$\boxed{L_{\text{TOT}} = -4200 \text{ J}}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T_1 V_f^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1}$$

$$T_1 = T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} = 300 \times 2^{\frac{2}{3}} = 476 \text{ K}$$

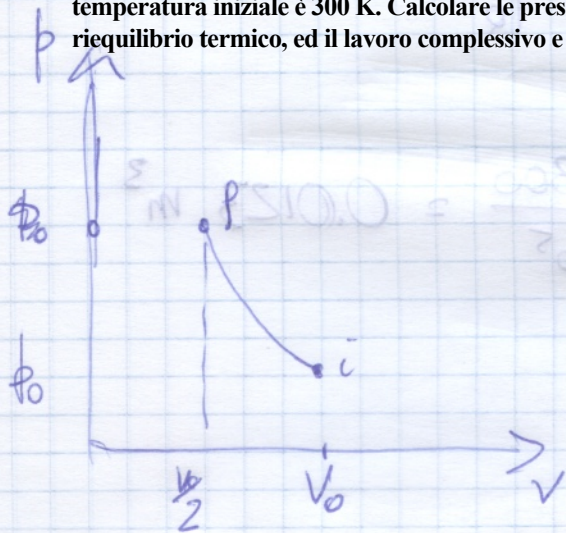
$$T_2 = T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} = 300 \times 2^{\frac{2}{5}} = 396 \text{ K}$$

$$T_c = \frac{n_1 C_{V1} T_1 + n_2 C_{V2} T_2}{n_1 C_{V1} + n_2 C_{V2}} = \frac{\frac{3}{2} R T_1 + \frac{5}{2} R T_2}{\frac{3}{2} R + \frac{5}{2} R} =$$

$$= \frac{\frac{3T_1 + 5T_2}{2}}{\frac{3+5}{2}} = \frac{3T_1 + 5T_2}{3+5} = 426 \text{ K}$$

Un gas perfetto composto da una mole di gas monoatomico ed una di gas biatomico a $p_0 = 2 \text{ atm}$, compie la trasformazione adiabatica reversibile da V_0 a $V_0/2$. La temperatura iniziale è 300 K . Calcolare le pressioni finali raggiunte prima del riequilibrio termico, ed il lavoro complessivo e la temperatura finale raggiunta.

EJ #3



$$n_1 = 1 \quad \gamma = \frac{5}{3}$$

$$n_2 = 1 \quad \gamma = \frac{7}{5}$$

$$p_0 = 2 \text{ atm}$$

$$T_0 = 300 \text{ K}$$

p_1 e p_2 finali dei due gas
 V_1 e V_2 dei due gas

$$p_1 V_1 = n_1 R T_0$$

$$p_2 V_2 = n_2 R T_0$$

1) I due gas hanno la stessa temperatura iniziale $T_0 = 300 \text{ K}$

2) I due gas hanno lo stesso numero di moli $n_1 = n_2 = 1$

3) I due gas occupano lo stesso volume V_0

Pertanto i due gas hanno la stessa pressione $p_0 = 2 \text{ atm}$

Comprimi ^{adiabaticamente} il volume portandolo a $V_0/2$.

Allo fine i due gas avranno la stessa temperatura.

Possiamo considerare due strade.

1 → due compressioni adiabatiche fino al volume $V_0/2$

2 → raggiungere equilibrio termico

Oppure

1' → calcolare il calore molare medio ed il γ medio del sistema (media pesata)

2' → calcolare la trasformazione adiabatica di questo sistema medio ed il lavoro

Complessivo

ma in questo caso non possiamo trovare le pressioni parziali...

$$p_0 = 2 \text{ atm} = 2 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_0 = \frac{n R T_0}{p_0} = 0.0123 \text{ m}^3$$

1^a Calore molare medio

$$C_V = \frac{n_1 C_{V1} + n_2 C_{V2}}{n_1 + n_2} = 2$$

$$C_P = 3 \rightarrow \gamma = \frac{3}{2}$$

A questo punto

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_f \left(\frac{V_0}{2}\right)^{\gamma-1} \quad T_f = T_0 \cdot 2^{\gamma-1} = 426 \text{ K}$$

2^a Lavoro totale

$$L = -(n_1 C_V \Delta T + n_2 C_V \Delta T) \quad \Delta T = 126 \text{ K}$$

$$= -\left(1 \frac{3}{2} R + 1 \frac{3}{2} R\right) 126 \text{ K} = -4190 \text{ J}$$

All'inizio il gas è in equilibrio TD
con l'ambiente e pertanto la
sua pressione è data dalla somma
di p_a (pressione atmosferica) + la pressione
dovuta al pistone di massa m

$$p_i = p_a + \frac{mg}{S}$$

$$p_a = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$m = 10 \text{ kg}$$

$$S = 20 \text{ cm}^2 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\geq 1.013 \times 10^5 + \frac{10 \times 9.8}{2.0 \times 10^{-3}} = 150 \times 10^3 \text{ Pa}$$

con questi dati troviamo il volume V del gas

$$V_i = \frac{nRT_i}{p_i} = \frac{0.1 \times 8.314 \times 300}{150 \times 10^3} = 1.66 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Ora applichiamo la forza F (ATTENZIONE!)

NON in modo quasi statico.

Come lo sappiamo? Perché la temperatura
finale NON è quella dell'ambiente!
infatti il volume finale è mezzo mentre
la pressione tripla e quindi

$$T_f = \frac{V_f p_f}{nR} = \frac{\frac{1}{2} V_i \times 3 p_i}{nR} = \frac{3}{2} T_i = 450 \text{ K}$$

per tanto NON è una trasformazione
quasi statica.

Il lavoro compiuto dalle forze F e
della pressione esterna è $L = 300 \text{ J}$

~~300 J~~

ma anche il copricchio ha fatto lavoro in
 quanto si è abbassato e quindi è d'ausilio
 la sua energia potenziale di una quantità

$$\cancel{m}gh = mg \frac{V_0/2}{S}$$

$$= 10 \times 9.8 \times \frac{1.66 \times 10^{-3}}{2 \times 2 \times 10^{-3}}$$

$$= 41 \text{ J}$$

questo è lavoro fatto nel sistema,
 come quello fatto da F e F_0 , per cui

$$L = -300 - 41 = -341 \text{ J}$$

L'energia interna è funzione di
 stato, ed è aumentata a causa
 dell'aumento della temperatura, per cui

$$\Delta U = n C_V \Delta T = 0.1 \times \frac{3}{2} R \cdot (450 - 300)$$

$$= 187 \text{ J}$$

per cui, per I PTD

$$\Delta U = Q - L$$

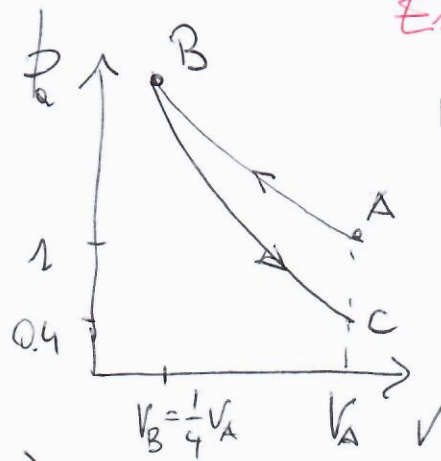
$$Q = \Delta U + L = 187 - 341 = -154 \text{ J}$$

quindi il gas ha ceduto calore
 all'esterno.

Es #5

Attenzione!

NON è un ciclo!
il gas è perfetto,
ma che tipo di gas?
Sobbietto calcolo
 C_v o C_p o μ !!!



$n = 1$
 $pV = nRT$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $P_A = 1 \text{ atm}$
mob?

$\Delta U?$ $\Delta U = n C_v (T_c - T_A)$

$T_B = T_A$

$V_c = V_A$

$T_B V_B^{\mu-1} = T_c V_c^{\mu-1}$

$T_A \left(\frac{1}{4} V_A\right)^{\mu-1} = T_c V_A^{\mu-1}$

$\left\{ \begin{array}{l} p_c V_A = nRT_c \\ p_A V_A = nRT_A \end{array} \right.$

$T_c = T_A \left(\frac{1}{4}\right)^{\mu-1}$ we

$\frac{T_c}{T_A} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\mu-1} = \frac{0.4}{1} \Rightarrow 0.4 = \left(\frac{1}{4}\right)^{\mu-1}$

$\ln 0.4 = \ln \left(\frac{1}{4}\right)^{\mu-1} = (\mu-1) \ln \frac{1}{4}$

$(\mu-1) = \frac{\ln 0.4}{\ln \frac{1}{4}} = \frac{-0.916}{-1.386} = 0.661$

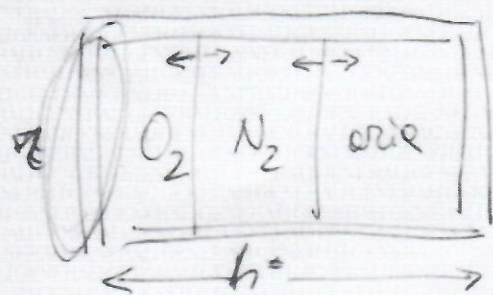
~~$\mu = 1.661$~~ $\Rightarrow \mu = 1 + 0.661 = 1.67 = \frac{5}{3}$

gas monoatomico

$\Delta U = 1 \times \frac{3}{2} R (T_c - T_A) = \frac{3}{2} R \cdot (120 - 300) = -2295 \text{ J}$

Esercizio 20

E0#6



$$r = 10 \text{ cm}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$h = 1 \text{ m}$$

$$m_{O_2} = 4 \text{ g}$$

$$\pi_{O_2} = 32 \text{ g/mol}$$

$$m_{N_2} = 7 \text{ g}$$

$$\pi_{N_2} = 28 \text{ g/mol}$$

$$m_{aria} = 14 \text{ g}$$

$$\pi_{aria} = 29 \text{ g/mol}$$

pressione finale uguale per tutti i gas, tutti i
 pistoni c

$$p = \frac{n_{O_2} RT}{V_{O_2}} = \frac{n_{N_2} RT}{V_{N_2}} = \frac{n_{aria} RT}{V_{aria}}$$

quindi

$$p(V_{O_2} + V_{N_2} + V_{aria}) = RT(n_{O_2} + n_{N_2} + n_{aria})$$

$$p(\pi r^2 \cdot h) = RT \left(\frac{m_{O_2}}{\pi_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\pi_{N_2}} + \frac{m_{aria}}{\pi_{aria}} \right)$$

$$p = \frac{RT}{\pi r^2 h} \left[\frac{m_{O_2}}{\pi_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\pi_{N_2}} + \frac{m_{aria}}{\pi_{aria}} \right]$$

$$= \frac{8,3145 \times 300}{\pi \cdot (0,1)^2 \cdot 1} [0,127 + 0,250 + 0,483]$$

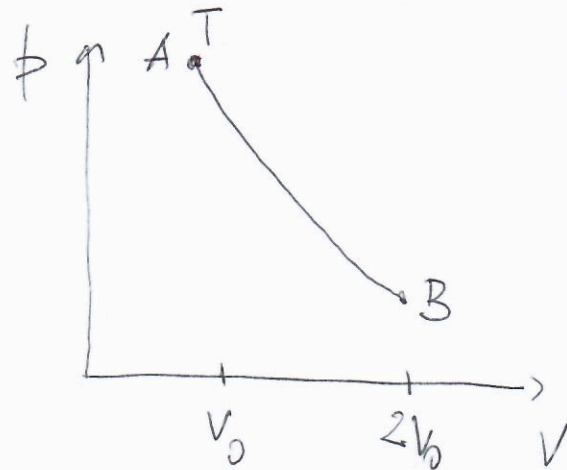
$$= 79397,626 [0,858] = 6,81 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$= \underline{\underline{0,672 \text{ atm}}}$$

$$pV^3 = k$$

Politropica!

Ex #7



$$h=1$$

$$\frac{T_A}{T_B} = ?$$

$$L = \int_{V_0}^{2V_0} p dV$$

$$pV = RT$$

R

$$p = \frac{RT}{V}$$

$$\frac{RT}{V} V^3 = k \Rightarrow TV^2 = \text{const.}$$

$$T_A V_A^2 = T_B V_B^2$$

$$\frac{T_A}{T_B} = 4$$

$$L = \int_{V_0}^{2V_0} p dV = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{k}{V^3} dV = k \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V^3}$$

$$= -\frac{k}{2} \left[\frac{1}{V^2} \right]_{V_0}^{2V_0} = -\frac{k}{2} \left[\frac{1}{4V_0^2} - \frac{1}{V_0^2} \right]$$

$$= \frac{3k}{8V_0^2} = \frac{3p_0 V_0^3}{8V_0^2} = \frac{3}{8} p_0 V_0$$